El porvenir de las matemáticas

Julián Sanz Pascual

INTRODUCCIÓN

Las matemáticas se diferencian de las otras ciencias de la naturaleza en que no tienen un objeto material de referencia. Así la física, por ejemplo, versa sobre la materialidad del mundo inanimado, mientras que la biología lo hace sobre la del animado. El *objeto* de estas ciencias, pues, se coloca en primer lugar, mientras que el *método*, así como su historia, pasan a un segundo plano. En las *matemáticas* no es así, sino que el método ocupa el lugar preferente, lo que hace que los objetos de esta ciencia acaben identificándose con el método y nos la conviertan en *la matemática*. De igual suerte, la historia de esta ciencia pasa a un primer plano, convirtiéndose los libros que nos han llegado del pasado en una especie de Biblia.

En las matemáticas tal es un ejemplo singular Euclides (siglo III a. de C.) con su tratado *Los elementos de geometría*. Así, no es casual que los matemáticos sigan hoy enredados en algunas de las cuestiones que él planteó, muy especialmente en el célebre V postulado, uno de los mitos que parece dispuesto a seguir devorando páginas y más páginas en el milenio que acabamos de comenzar. Otro de los mitos es el ya celebérrimo teorema de Fermat, que, según parece, ha sido demostrado en 1994 por el matemático inglés Andrew Wiles.

DEL MÉTODO AL OBJETO

Toda la historia de las matemáticas se puede reducir al conflicto entre el método y el objeto, mas, como se trata de una ciencia que no tiene objeto físico de referencia, según ya hemos dicho, ha sido finalmente el método el que se ha apoderado de la situación. Ha sido el triunfo de los *formalistas* sobre los *intuicionistas*, lo que ha producido en este saber un estancamiento. Sin duda a este estancamiento ha contribuido como nadie el filósofo francés Renato Descartes (1596-1650) con su célebre *Discurso del método* y otros escritos, especialmente sus *Reglas para la dirección del espíritu*. Es en estas *Reglas* donde el filósofo francés hace una definición de método que ha quedado como paradigmática: “Entiendo por método reglas ciertas y fáciles con las que nunca se suponga verdadero lo falso, y hace que el entendimiento, sin gasto inútil de esfuerzo, sino aumentando siempre la ciencia, llegue al verdadero conocimiento de todo lo que es capaz” (*Regla IV*, A. T. 371). Se trata de una definición muy bonita en la forma, la *mathesis universalis* en lenguaje cartesiano, pero que carece de validez, pues en ella se le atribuyen al método dos virtudes que son contradictorias: la de *rigor* y la de *progreso*. Proceder con *método* es proceder siguiendo un *camino* (del latín *methodus*, y éste del griego , de = según, y = camino). Es evidente que, si uno va a un territorio y tiene la intención de descubrir algo verdaderamente nuevo, ha de salirse del *camino* trazado, lo que es tanto como salirse del *método*. Ya en la lógica clásica se distinguía entre el *ars demostrandi* (el arte de demostrar), y el *ars inveniendi* (el arte de descubrir). El método sirve para *demostrar*, nunca por sí mismo para *descubrir* algo verdaderamente nuevo. El intelectual que va por un camino trillado lo único que puede conseguir es trillar más y más los temas; sólo el que se salga de ese camino puede descubrir horizontes nuevos. Naturalmente que también puede perderse, pero me parece que ésos son los riesgos de la libertad, la que verdaderamente nos hace humanos y nos permite seguir avanzando, aunque no sepamos bien hacia donde, lo que acaso sea la única manera de ser verdaderamente libres y de avanzar realmente.

Es claro que esto es *filosofía pura*, por no decir *filosofía crítica*, algo de lo que los matemáticos suelen huir, pues tienen miedo de que su saber se les ponga patas arriba. Sin embargo hay que decir que un saber sólo es tal cuando tiene el valor de ponerse patas arriba, que es cuando únicamente puede ser fecundado, de ninguna manera cuando se cierra a cualquier empuje amoroso que le venga de fuera.

EL V POSTULADO

El llamado "El programa de Hilbert", que no son más que los 23 problemas que este ilustre matemático (1862-1943) propuso con motivo del año de las matemáticas que se celebró en 1900 - lo mismo que se ha querido repetir en el 2000 con motivo del final de siglo y de milenio -, en el problema nº 4 dice algo tan simple como esto: "Problema de la línea recta como la distancia más corta entre dos puntos". Y a continuación escribe entre paréntesis: " (Las geometrías alternativas)".

¿Y qué son "las geometrías alternativas"? La verdad es que, desde la escuela más primaria, a todos nos han enseñado que geometrías no hay más que una, igual que madres. Pero los matemáticos de profesión son así de complicados.

Todo el problema arranca del célebre V postulado de Euclides. De los diferentes enunciados que se han dado, el más sencillo me parece éste: "Por un punto exterior a una recta sólo se puede trazar una paralela". Fig. 1.

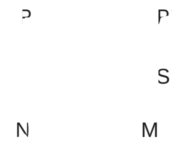

Fig. 1.

Tracemos la recta *r* y, exterior a ella, el punto *P*. Tracemos a continuación la perpendicular a *r* desde el punto *P*, que la cortará en el punto *N*. A continuación elegimos el punto *M* de la misma recta *r* y trazamos por él la perpendicular *s*. Llevamos la distancia *NP* a esta perpendicular desde el punto *M*, lo que nos dará el segmento *MP'*. Si unimos los puntos *P* y *P'*, tendremos el cuadrilátero rectángulo *PNMP'*. Es indudable que los lados *PP'* y *NM* son paralelos y que, si prolongamos a aquél por ambos extremos, la recta que nos dé ha de ser paralela a la recta original *r*.

Me parece que no hay que ir a Salamanca para entender una cosa tan sencilla. Pero viene la matemática formalista y te dice que esa demostración no es válida, que se basa en la *intuición*, en el sentido de la *vista*, que, como está demostrado, muchas veces nos induce a error. La verdad es que este formalismo se olvida de algo esencial, y es que la intuición no la hacemos sobre los dibujos físicos que hemos hecho, sino sobre las figuras ideales que éstos representan. De tal manera que, como decía Henri Poincaré, "la geometría es el arte de las demostraciones bien hechas sobre dibujos mal hechos".

LAS FALACIAS DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA

Los matemáticos formalistas, sin embargo, quieren atenerse al más absoluto y estricto rigor, lo que les lleva a cuestionárselo todo, comenzando por lo que es un punto. ¿Y qué es un punto? Pues formalmente es la pura inextensión, lo que en rigor hace imposible no sólo representarlo en el papel, sino representárnoslo en la imaginación. Pero es que luego además resulta que, si definimos la recta como una sucesión de puntos, nos encontramos con que, por muchos que juntemos, por millones y trillones de ellos que pongamos uno a continuación del otro, no podremos obtener ni la más insignificante longitud. Es como cuando sumamos ceros, por trillones de ellos pongamos, la suma será siempre cero. Queda bien claro, pues, que esa definición no sirve para la recta, pues no nos da razón de su longitud, la que nos permite comparar unas con otras. Así, por este camino, los matemáticos se han encontrado con la sorpresa de que dos segmentos de diferente longitud son *equipotentes*, es decir, que cada punto de un segmento siempre tendrá su correspondiente en el otro. Entonces no ha habido más remedio que buscarle a la recta otra definición: "la distancia más corta entre dos puntos", que es la que da Hilbert. Pero esta definición ya no es *analítica*, sino que es *sintética*.

Sin embargo la finura de los matemáticos formalistas aún queda bastante gruesa en este caso, pues definir "la línea recta como la distancia más corta entre dos puntos" es falsa en estricto rigor, ya que esa definición podría servir para el segmento rectilíneo, que éste sí está limitado por dos puntos, nunca para la recta, que no tiene límite alguno. Para superar esto, también nos suelen definir la recta como "la línea que tiene todos sus puntos en la misma dirección". ¿Pero qué es "la misma dirección" si no nos dan la referencia a algo que esté fijo? Esto nos obligaría a definir la recta como "la línea que tiene todos sus puntos en la misma línea recta", lo que es una tautología de tomo y lomo.

LAS GEOMETRÍAS NO-EUCLÍDEAS

Como se ve, si nos ponemos tozudamente formalistas, llegamos a la parálisis total, pues a la primera palabra que soltemos se le puede sacar punta de manera que no nos podamos mover. Así caeríamos en el más absoluto de los escepticismos. Pero los matemáticos formalistas no se han parado en barras, sino que se han liado la manta a la cabeza y, con respecto al V postulado, han llegado a esta conclusión: si no se puede demostrar que por un punto exterior a una recta pasa una sola paralela, entonces es posible que sea falso, luego se le puede negar sin contradicción. Esta negación puede hacerse de dos maneras: por un punto exterior a una recta pasan infinitas paralelas y por un punto exterior a una recta no pasa ninguna. Ésta fue la primitiva idea de Federico Gauss (1777-1855), la que dio lugar a las llamadas geometrías no-euclídeas. Así, como alguien ha dicho con humor, en lugar de una pacífica monarquía, se instauró un inquietante triunvirato.

Pero la cosa no acabó aquí, sino que Bolyai por un lado y Riemann por otro, trataron de justificar estas dos nuevas geometrías. Y se les ocurrió que el plano posiblemente no era tan plano como se le suponía, lo que conducía a que la recta trazada en él posiblemente tampoco era tan recta. Y siendo así, era posible que por un punto exterior a una recta se pudiesen trazar bien infinitas paralelas bien ninguna, según el sentido de su curvatura. Fig. 2.

Fig. 2

Si la curvatura es envolvente para el punto, no se puede trazar ninguna paralela, pues, aunque sea muy a lo lejos, necesariamente se han de encontrar; si la curvatura va en sentido contrario, se pueden trazar infinitas paralelas. Mas otra vez tenemos aquí la falta de finura formal de los matemáticos formalistas, pues no advirtieron que, si se acepta la hipótesis de la curvatura del plano para curvar a la recta originaria que se trace en él, igualmente curvará, digo yo, a las que se tracen por un punto exterior a ella, lo que ha de hacer posible que en todo caso el paralelismo se mantenga. Por otra parte tenemos el absurdo del *plano curvo*: si el plano es curvo, entonces no es plano; lo mismo que, si la recta es curva, entonces ya no es recta. Ciertamente que nuestro lenguaje ordinario tiene la virtud de soportar esta clase de contradicciones sin saltar por los aires, pero es gracias a un dinamismo que le permite trasformar las ceñudas contradicciones en divertidas paradojas, cosa que no es posible en un lenguaje tan formal como quiere ser y como tiene que ser el de la matemática formalista

Pero la cosa no ha parado aquí, sino que a estos matemáticos formalistas se les ha ocurrido que, siendo posible la tal curvatura de los planos, los triángulos que se formen con las rectas trazadas en ellos sumarían en sus ángulos más de dos rectos o menos según los casos. Fig. 3

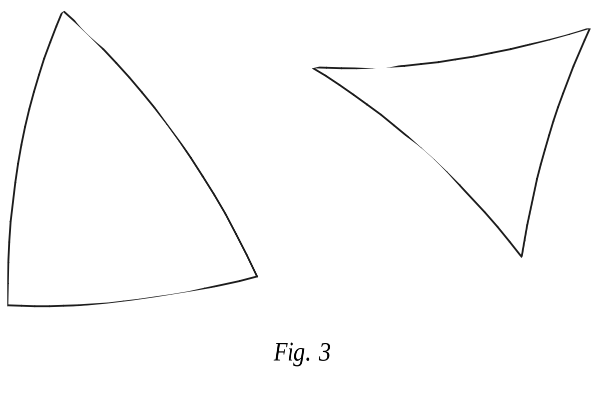

Fig. 3

Esto, según se cuenta, llevó al gran matemático Gauss a medir los ángulos de un gran triángulo formado por tres rayos luminosos proyectados desde tres puntos situados en tres montes muy alejados. Los resultados fueron decepcionantes, pues la suma de los tres ángulos de ese triángulo era de dos rectos, como está mandado.

La cosa, sin embargo, llega hasta nuestros días, incluso implicando en ella a la astrofísica. Así, en la primavera del 2000, los medios de comunicación nos han dado cuenta del llamado proyecto Boomerang. Según las mediciones hechas mediante un globo dotado de los más modernos medios, la conclusión a la que han llegado los científicos es que el universo no es curvo, sino que es plano, lo que quiere decir que responde a la geometría que Euclides enunció hace veintitrés siglos, no a las no-euclídeas del siglo XIX. Vamos, que el universo es mucho más serio de lo que suponían algunos matemáticos.

Traducido esto a un lenguaje que todos podamos entender, lo que parece claro es que en el universo el espacio no deforma ni modifica la dirección de los rayos de luz, que serían la más perfecta materialización de una recta. A finales del siglo XIX, tenemos en este sentido una cuestión que fue célebre, el problema del éter. Se había supuesto que todo el espacio físico estaba lleno de una sustancia sutilísima llamada éter, lo que podía justificar ciertas deformaciones o modificaciones de la trayectoria del rayo de luz. Éste problema llevó al experimento Michelson-Morley, que llegó a la conclusión de que el éter no existía, lo que descartaba cualquier justificación en él de la pretendida deformación causada por el espacio sobre rectas y planos.

MÁS SOBRE EL V POSTULADO

El problema del V postulado se originó cuando, desde una matemática rigurosamente formalista, a alguien se le ocurrió que en lugar de un postulado podía ser un teorema. En este caso, debería poderse deducir de los cuatro anteriores. ¿Esto es posible? ¿Tiene siquiera sentido? Aquí me parece que está la clave del problema, pues es donde la matemática formalista y la intuicionista chocan frontalmente.

Consideremos los cinco postulados:

I. Por dos puntos distintos pasa una sola recta.

II. Un segmento rectilíneo puede ser siempre prolongado.

III. Hay una circunferencia con un centro y un diámetro dados.

IV. Todos los ángulos rectos son iguales.

V. Si una secante corta a dos rectas formando a un lado ángulos interiores cuya suma es menor de dos rectos, las dos rectas suficientemente prolongadas se cortan en este mismo lado.

A poco que se observe, los dos primeros postulados se refieren a la recta, mientras que los tres restantes ya entran en el plano. Entonces la pretensión de deducir el V postulado de los otros cuatro supone que hay entre todos una *equivalencia*, lo que es absolutamente falso. Lo que sí hay es una *implicación*, pero no de abajo a arriba, sino de arriba a abajo: el V postulado implica a los otros cuatro, no a la inversa, en ningún caso los dos primeros implican el V. Podíamos hacer este símil: si un edificio tiene una séptima planta, implica que necesariamente ha de tener una sexta, en ningún caso a la inversa. Lo cierto también es que, si no hay planta sexta, no puede haberla séptima. Esto, en la más elemental lógica de proposiciones, es una implicación que se puede expresar así:

$$\text{planta } 7^{a} \rightarrow \text{planta } 6^{a}$$

$$\neg\, (\text{planta } 6^{a} \rightarrow \text{planta } 7^{a})$$

En la implicación, el modo *ponendo ponens* (poniendo pongo) va del implicante al implicado; es decir, puesto el implicante, necesariamente se ha de poner el implicado. Si el edificio tiene una planta 7ª (p), necesariamente ha de tener una planta 6ª (q). Ahora bien, el hecho de que exista una planta 6ª (q) no implica que haya una 7ª (p), sino que puede muy bien no haberla. Por el contrario, el modo *tollendo tollens* (quitando quito) va del implicado al implicante. Si el edificio no tiene una planta 6ª (q), necesariamente no ha de tener tampoco una planta 7ª (p). En lógica matemática:

1) $p \rightarrow q$

2) p

luego 3) q (*ponendo ponens* entre 1,2)

De igual suerte:

1) $p \rightarrow q$

2) $\neg q$

luego 3) $\neg p$ (*tollendo tollens* entre 1,2)

Creo que, cuando los matemáticos han intentado deducir el V postulado de los otros cuatro, se han olvidado de este matiz, que el V implica a los otros cuatro, pero no a la inversa. Esto quiere decir que tal deducción no es viable, pues, si bien de la afirmación de *p* se sigue la afirmación de *q*, de la afirmación de *q* no se sigue necesariamente la afirmación de *p*, lo que sería un sofisma. Ahora bien, de la negación de *q*, de acuerdo con el modo *tollendo tollens*, se sigue necesariamente la negación de *p*. Es decir, que no podemos negar los cuatro postulados primeros sin negar al mismo tiempo el V. Ahora bien, el hecho de que no lo podamos negar, no quiere decir que ya podamos saber todo lo que encierra. Ésta es un de las limitaciones del método *por reducción al absurdo*, que únicamente nos permite concluir enunciados negativos, que no sirven para hacer ciencia positiva.

En términos generales se puede decir que el espacio implica el plano, el plano implica el segmento rectilíneo y el segmento rectilíneo implica el punto, pero no a la inversa. Y ahí es donde está el error: en que, si es posible deducir de arriba a abajo, no lo es de abajo a arriba, positivamente se entiende. Lo verdaderamente sorprendente es que la matemática formalista se haya olvidado de una cosa tan elemental, lo que la ha llevado como salida a las geometrías no-euclídeas.

DE LA ECUACIÓN DE CUATRO CUBOS A LA DE TRES CUADRADOS

La consecuencia más lamentable de este formalismo tan estricto es que el V postulado se haya convertido en el muro que ha impedido pasar de la geometría del plano a la del espacio. Para esto es necesario moverse en una mentalidad completamente *nueva*, la del *viejo* pitagorismo. Si la ecuación del plano es la de los tres cuadrados, $x^2 = y^2 + z^2$, la del espacio será la de los cuatro cubos, $x^3 = y^3 + z^3 + t^3$. Esto intuitivamente es evidente, pues el plano está determinado por tres puntos no en línea recta, mientras que el espacio lo está por cuatro no en el mismo plano. Por otra parte, la relación natural de los tres puntos del plano ha de ser la cuadrática, y la de cuatro puntos en el espacio ha de ser la cúbica.

Ahora bien, nosotros entendemos que la ecuación de cuatro cubos implica la de tres cuadrados, pero no a la inversa, lo que es tanto como decir que el espacio implica el plano, pero el plano no implica el espacio. De hecho, a ningún matemático se le ha ocurrido intentar deducir la ecuación de cuatro cubos de la de tres cuadrados. A mí se me ha ocurrido lo contrario y he tenido éxito, aunque hasta ahora sólo sea en la solución más simple: $6^3 = 5^3 + 4^3 + 3^3$. Conviene apuntar que estas soluciones las encontré yo por simple tanteo, lo que es tanto como decir de forma *intuitiva*, no de forma *discursiva*, que es como exigiría la matemática formalista.

Comencemos por la conocida posibilidad de pasar de la proporcionalidad de los lados en los triángulos semejantes que se forman en uno rectángulo cuando se traza la altura correspondiente a la hipotenusa (teorema de Thales), a la relación cuadrática de los mismos (teorema de Pitágoras). Fig. 4 (a)

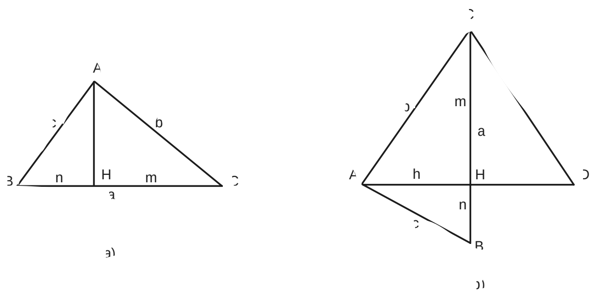

Fig. 4

Siendo ABC un triángulo rectángulo, fig. 4 (a), si trazamos la altura correspondiente a la hipotenusa, AH, se nos forman dos triángulos ABH y ACH, que son semejantes al primero. Aplicando la proporcionalidad de los lados, tenemos que

$$b^2 = a.m \quad y \quad c^2 = a.n$$

Sumando miembro a miembro ambas igualdades, tenemos:

$$b^2 + c^2 = a.m + a.n = a(m + n)$$

Como $m + n = a$, entonces $b^2 + c^2 = a^2$

La pregunta que, por analogía, cabe hacerse es si, en el terreno de la geometría del espacio, es posible pasar de la ecuación de tres cuadrados a la de cuatro cubos. Mi opinión es que esto no es posible, al menos *a priori*, pero sí la inversa, pues, como ya se ha dicho, la geometría del espacio implica la del plano, aunque la del plano no implica la del espacio.

Nosotros lo hemos conseguido con mucha facilidad en un caso particular de la ecuación de cuatro cubos, en las soluciones más simples, 6, 5, 4 y 3. En la figura 4(b), tenemos el triángulo rectángulo ABC. En él trazamos la altura correspondiente a la hipotenusa y la prolongamos su misma longitud hasta el punto D. Así, tenemos tres triángulos semejantes, ABC, ABH y ACH. Aplicando el teorema de los cuatro cubos en el triángulo ABH primero y en ACH después, tenemos:

(I) $(2n)^3 = c^3 + h^3 + n^3$, de donde: $7n^3 = c^3 + h^3$

Como $c^2 = an$ y $h^2 = mn$, tenemos:

$$7n^3 = can + hmn$$

Dividiendo por n, nos queda:

$$7n^2 = ca + hm \qquad (1.^a)$$

(II) $(2h)^3 = b^3 + m^3 + h^3$, de donde: $7h^3 = b^3 + m^3$

Como $b^2 = am$ y $h^2 = mn$, tenemos:

$$7hmn = bam + m^3$$

Dividiendo por m, nos queda:

$$7hn = ba + m^2 \qquad (2.^a)$$

Sumando miembro a miembro las fórmulas 1.ª y 2.ª, y ordenándolos, tenemos:

$$7hn + 7n^2 = ba + ca + m^2 + hm$$

Sacando factores comunes, nos queda:

$$7n(h + n) = a(b + c) + m(m + h)$$

Como las sumas que están dentro de cada paréntesis lo son respectivamente de los catetos de los tres triángulos semejantes que se han formado, al estar sus respectivos lados homólogos en la proporción 3, 4, 5, estas sumas estarán en la misma proporción. Entonces, sustituyendo cada suma por sus respectivos números proporcionales, nos queda:

$$7n.3 = a.5 + m.4$$

Como $a = m + n$, sustituyendo, tenemos:

$$21n = 5(m + n) + 4m$$

$$21n = 5m + 5n + 4m$$

Reduciendo términos semejantes, queda:

$$16n = 9m$$

Estos coeficientes, 16 y 9, corresponden, como puede comprobarse, a la relación métrica entre los segmentos del triángulo estudiado.

Hay que advertir que en la figura 4(b) el punto D se puede considerar con la proyección sobre el plano del cuarto punto, el del vértice superior de un tetraedro.

No se nos escapa el hecho, insistimos, de que este paso del espacio al plano sólo lo hemos conseguido en las soluciones 3, 4. 5 y 6 de la ecuación de cuatro cubos. Pero lo que nos interesa ahora es el proceso y, sobre todo, la pregunta de si es o no reversible. Ciertamente, después de haber conocido el camino de ida, *a posteriori*, resulta posible hacer el camino de vuelta, pero dudo mucho de que esto mismo se hubiese podido conseguir en un puro *a priori*, mucho menos sin haber conocido el teorema de los cuatro cubos y sin haber tenido la idea de su posible geometrización. Lo que sí se podía haber hecho es una trampa, lo que el zorro, borrar el camino de ida con la cola y después presumir de haber inventado el camino de vuelta.

El resumen de todo esto es que la ecuación de tres cuadrados (teorema de Pitágoras) es al plano lo que la de cuatro cubos es al espacio. Esto, como se ve, poco o nada tiene que ver con el V pstulado, pero además nos conduce a un terreno positivo en el que es posible hece rciencia

EL DICHOSO TEOREMA DE FERMAT: SU ALTERNATIVA

Después de más de tres siglos y medio de haberse enunciado, por fin parece que el dichoso teorema de Fermat ha sido finalmente demostrado por el inglés Andrew Wiles en 1994. ¿Es válida la demostración? De lo que yo he podido percibir, parece que los matemáticos la dan por buena, aunque la inmensa mayoría de ellos no la entiendan, pues los doscientos folios en que originariamente se expuso sólo está al alcance de una pequeñísima minoría altísimamente especializada. Da la impresión de que la demostración de Wiles ha producido una gran tranquilidad en el mundillo matemático y me temo que posiblemente *asesinen* a quien trate de ponerla en cuestión.

Sin embargo el gran problema que se plantea a las matemáticas, suponiendo que la demostración sea válida, es que esta ciencia se han quedado sin alternativa, pues se trata de un enunciado negativo, lo que es tanto como decir infecundo para la ciencia. No hay tres números racionales tales que $x^n = y^n + z^n$, siendo *n* entero y mayor que 2. ¿Qué se sigue de eso? Nada positivo. La demostración del teorema de Fermat se puede decir que es la culminación del formalismo matemático, pues posiblemente nunca se vuelva a dar una construcción formal tan gigantesca como la de Wiles, lo que ha acabado convirtiendo a las matemáticas en algo inaccesible para la inmensa mayoría de la gente, lo que a su vez hace de esta ciencia algo odioso, especialmente para los alumnos.

Entonces el desafío ahora para los matemáticos es buscarle una alternativa al dichoso teorema de Fermat. Y ésta es la que yo creo haber encontrado, pero además arrancanda precisamente de la propia raíz del anunciado de Fermat. Él comenzó tratando de resolver la ecuación de tres cubos, $x^3 = y^3 + z^3$, una ecuación que ya se habían planteado algunos matemáticos árabes. Pero pronto Fermat debió darse cuenta de que tal ecuación no tenía soluciones racionales y además de que esto se podía demostrar. Entonces se debió enfrentar a una encrucijada: había dos salidas, una hacia arriba, es decir, pasar de la tercera potencia a la cuarta, y así hasta el infinito; y otra horizontal, es decir, poner un cubo más a la ecuación de tres: $x^3 = y^3 + z^3 + t^3$. Fermat optó por la salida vertical, la negativa. ¿Por qué no optó por la ecuación de cuatro cubos? ¿Pensó que, si la de tres no tiene soluciones, es imposible que la tenga la de cuatro? Formalmente y de cuerdo con el método cartesiano tenía toda la razón, pero realmente y de cuerdo con el objeto matemático, por no decir con los hechos, no la tenía. Lo que no me cabe en la cabeza es que, siendo como era Fermat un gran aficionado a los números, no se le ocurriese este sencillo tanteo: $6^3 = 5^3 + 4^3 + 3^3$. Hubiese descubierto la ecuación más simple de espacio, la verdadera ecuación, la que a mí, haciendo combinaciones aritméticas y geométricas, me ha llevado a solucionar una ecuación de un número impar de cubos a partir de la de siete, llegando por ahora, después de años de trabajo, a esta hermosa ecuación de quince cubos que cualquiera puede comprobar con una simple calculadora:

$$96^3 = 78^3 + 66^3 + 42^3 + 25^3 + 24^3 + 18^3 + 17^3 + 15^3 + 14^3 + 12^3 + 7^3 + 5^3 + 4^3 + 3^3$$

Esquema:

TEOREMA DE LOS CUATRO CUBOS

UNA ALTERNATIVA AL TEOREMA DE FERMAT

TEOREMA DE PITÁGORAS O DE LOS TRES CUADRADOS	$x^2 = y^2 + z^2$	**Ecuación fundamental del plano.** Tiene soluciones geométricas con regla y compás, también tiene soluciones aritméticas racionales. **Geometría del plano.**
Duplicación del cuadrado	$x^2 = 2a^2$	Tiene solución geométrica con regla y compás. No tiene soluciones aritméticas racionales.
Duplicación del cubo	$x^3 = 2a^3$	Tiene solución geométrica con regla y compás. No tiene soluciones aritméticas racionales.
Ecuación de tres cubos	$x^3 = y^3 + z^3$	No tiene soluciones aritméticas racionales ni geométricas.
TEOREMA DE FERMAT (Enunciado negativo)	$x^n = y^n + z^n$	En ninguna potencia, a partir de la tercera, hay soluciones aritméticas racionales. Se supone que tampoco las habrá geométricas.

SE HA LLEGADO AL LÍMITE DE LAS POSIBILIDADES DE INVESTIGACIÓN EN EL CAMPO DE LO NEGATIVO, TANTO DE LA ARITMÉTICA COMO DE LA GEOMETRÍA

UNA SALIDA POSITIVA

TEOREMA DE LOS CUATRO CUBOS. (Enunciado positivo)	$x^3 = y^3 + z^3 + t^3$ Una solución: $\mathbf{20^3 = 17^3 + 14^3 + 7^3}$	**Ecuación fundamental del espacio.** Tiene soluciones aritméticas racionales y también geométricas, pero no en la geometría tradicional del plano sino en una geometría nueva, **la geometría del espacio.**