

# El inefable número $\pi$

Vicente Trigo Aranda



Desde tiempos inmemoriales se observó que la longitud de cualquier circunferencia es un poco superior al triple de su diámetro, de modo que en toda circunferencia la razón entre ambas magnitudes (longitud y diámetro) permanece siempre constante. Ése número es el que denotamos con  $\pi$ .

$$\pi = \frac{\text{Longitud de la circunferencia}}{\text{Diámetro de la circunferencia}}$$

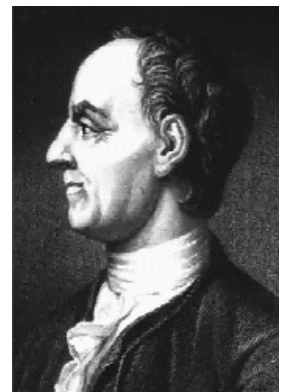
¿Por qué se emplea precisamente esa letra griega para referirnos a esa constante numérica? El matemático

inglés William Oughtred (1574-1660), que por cierto fue el creador de la regla de cálculo, a finales del siglo XV utilizó en un libro las letras griegas,  $\pi$  y  $\delta$ , para denotar al perímetro y diámetro de una circunferencia, ya que son las iniciales de los correspondientes términos griegos  $\pi\epsilon\rho\acute{\iota}\mu\epsilon\tau\rho\nu$  (la medida del alrededor) y  $\delta\acute{\iota}\alpha\mu\epsilon\tau\rho\nu$  (la medida a través).

Si se hubiera conservado esa simbología, el número que ahora llamamos  $\pi$  se escribiría en la forma  $\frac{\pi}{\delta}$ ; sin

embargo, para simplificar los cálculos en muchos problemas se tenía la costumbre de considerar un diámetro unidad, motivo por el cual el valor de la expresión anterior se reduce al actual  $\pi$ . Finalmente, en 1737, en su *Análisis* el gran matemático Leonard Euler (1707-1783) decidió designar con el símbolo  $\pi$  a la razón entre el perímetro y el diámetro de la circunferencia y, claro está, todos los matemáticos imitaron a Euler.

También se debe a Euler, entre otros muchísimos avances matemáticos, la fórmula quizá más bella de



todas las ciencias, puesto que relaciona los cinco números fundamentales:

$$e^{\pi} + 1 = 0$$

Ya en la antigüedad se apreció que  $\pi$  era un número un tanto rarillo, que no se parecía en nada a los habituales (1, 2,...), y como su utilidad era manifiesta en todo tipo de construcción, se dedicaron múltiples esfuerzos a averiguar más sobre él. Tampoco nos olvidemos de los griegos que, como realizaban sus cálculos con regla y compás, se topaban con  $\pi$  continuamente.

Es comprensible, por tanto, que durante muchos siglos el cálculo de los decimales de  $\pi$  fuese una actividad estelar en Matemáticas. El número  $\pi$  mantuvo ocupados a los más insignes matemáticos y calculistas y su estudio constituyó una empresa que posibilitó grandes avances en diversas ramas de las Matemáticas.

Pero, ¿cuánto vale exactamente  $\pi$ ? Desde 1761 se sabe que es un número irracional; es decir, que tiene infinitas cifras decimales no periódicas. Así, a modo de introducción al tema, le muestro  $\pi$  con sus primeros doscientos decimales:

3, 14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510  
58209 74944 59230 78164 06286 20899 86280 34825 34211 70679  
82148 08651 32823 06647 09384 46095 50582 23172 53594 08128  
48111 74502 84102 70193 85211 05559 64462 29489 54930 38196 ....

¿Es preciso conocer tantos decimales de  $\pi$ ? La respuesta es tajante: No. En los cálculos normales que se pueden precisar en arquitectura o ingeniería basta con manejar cinco o seis decimales y sólo en caso muy excepcionales (mediciones astronómicas, por ejemplo) se precisan quince o veinte decimales, como máximo.

Entonces, ¿para qué sirve hallar tantos decimales de  $\pi$ ? La única aplicación práctica que se me ocurre es la de probar algún prototipo de microprocesador antes de salir al mercado<sup>1</sup>... Pero, ¿acaso no se escala el Everest? ¿Y eso tiene alguna utilidad o se hace simplemente porque está ahí? Algo similar ha sucedido a lo largo de la historia con la obtención de las cifras de  $\pi$ . Era un reto por superar... o una tentación en la que caer.

En la actualidad, con la llegada de los ordenadores, esos cálculos apenas tienen más importancia que la simple curiosidad; tan es así, que unas páginas más adelante le explicaré donde puede conseguir un breve programa para hallar tantos decimales como desee. Lo verdaderamente importante no es obtener más y más decimales del número  $\pi$  sino conocer los métodos y esfuerzos que se han sucedido durante siglos y milenios para saber más sobre ese inefable número. A comentar estos progresos es a lo que voy a dedicar en este artículo.

## MÉTODOS GEOMÉTRICOS

En la antigüedad los babilonios, así como los hindúes antes de nuestra era, daban a  $\pi$  el valor  $3 + \frac{1}{8}$ , que resulta muy cómodo y sencillo de manipular. Más adelante, los fenicios y egipcios<sup>2</sup> manejaron en arquitectura e ingeniería otra aproximación racional de  $\pi$ ,  $\frac{22}{7}$ , que además de ser muy operativa conlleva un error inferior al 0,04%.

Un libro que nunca puede dejar de citarse al hablar de  $\pi$  es la Biblia. En el Libro I de los Reyes, 7. 23, se describe un depósito de agua del palacio de Salomón en los siguientes términos: "Tenía diez codos de borde a borde; era enteramente redondo y de cinco codos de altura; un cordón de treinta codos medía su contorno"

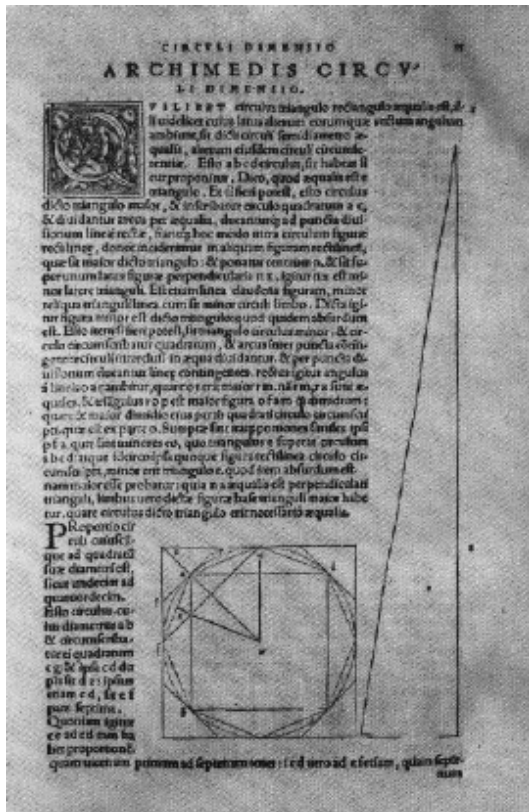
De esta frase mucha gente ha deducido que los hebreos asignaban a  $\pi$  el valor 3, lo que no sería ilógico del todo, ya que sus conocimientos matemáticos no eran muy brillantes, pero me parece una conclusión muy cogida por los pelos... y más sabiendo que el arquitecto era fenicio y conocía una aproximación mejor de  $\pi$ . En mi opinión se trata simplemente de una licencia narrativa de quien escribió el texto... ¿O acaso se imagina al escriba indicando que el depósito medía 9,5492965 codos de lado a lado?

<sup>1</sup> Como dice Philip J. Davis en su libro *The Lore of Large Numbers*: "El misterioso y maravilloso número  $\pi$  se ha visto reducido a un gargarismo con el que las máquinas de calcular se aclaran la garganta"

<sup>2</sup> En el papiro Rhind (1650 aC) se indica que el área del círculo es la misma que la de un cuadrado que tuviese por lado los 8/9 del diámetro del círculo; de donde se deduciría que  $\pi$  valdría 3,16049. Sin embargo, parece ser que más adelante descubrieron la fracción 710/226 que aproxima  $\pi$  hasta con seis decimales,

De todas formas, siempre hay gente rara que se toma al pie de la letra lo que viene en la Biblia. Según Isaac Asimov, en un estado norteamericano (¡es que los yanquis son muy suyos!) se sometió a votación la propuesta de fijar por ley el valor de π en 3. Lógicamente el proyecto no salió adelante<sup>3</sup>.

El primer intento conocido de hallar un valor aproximado de π se debe al genial Arquímedes (Siracusa, 287-212 aC), que ideó un método muy ingenioso que expuso en su *Medida del círculo*.



Si se inscribe un polígono regular de  $n$  lados en una circunferencia, al aumentar el número de lados (cuando  $n \rightarrow \infty$  en notación actual) el perímetro del polígono se acercará a la longitud de la circunferencia. Lo mismo sucede cuando se trabaja con polígonos circunscritos a la circunferencia.

Partiendo de un hexágono regular, cuyo lado es igual al radio de la circunferencia, y duplicando cada vez el

número de lados, Arquímedes llegó hasta el polígono de 96 lados. Calculando el perímetro del inscrito y circunscrito probó que:

$$3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7}$$

Observe que si se toma como π el promedio de los dos valores se obtiene 3.141851, que tiene sólo un error en la aproximación del orden del 0,008%.

Tiempo después, el astrónomo egipcio Ptolomeo (85-165) ya manejaba las siguientes aproximaciones de π:

$$\frac{377}{120} \text{ y } 3 \frac{177}{1250}$$

Aunque parezca sorprendente, hasta el siglo XVI no se obtuvo una aproximación del número π mejor que la de Arquímedes... en Europa, porque mucho antes el astrónomo chino Tsu Chung Chih (430-501) obtuvo la fracción que sigue a continuación como resumen de una acotación inferior y superior de π.. El mismo sistema siguió en el viejo continente, ¡más de mil años después!, el astrónomo Adrien Métius<sup>4</sup>:

$$\pi \approx \frac{355}{113} = 3,14159292...$$

El siguiente paso importante lo dio el abogado y matemático francés Vieta (1540-1603), que es considerado el padre del álgebra (en su libro *In artem analytiscam isagoge* de 1591 fue el primero en utilizar las letras  $x$ ,  $y$  para denotar valores desconocidos). Siguiendo aplicando el método de Arquímedes, ¡y trabajando con un polígono de 393.216 lados!, Vieta logró en 1593 los primeros 9 decimales de π.

Mayor todavía fue la proeza del matemático alemán Ludolph von Ceulen (1540-1610) que, en 1596, calculó los primeros 20 decimales de π aplicando el sistema de Arquímedes; en 1615 una edición póstuma presentó 35 decimales, para lo que necesitó un polígono de  $2^{62}$  lados. Por lo visto pidió que se grabaran en su tumba, ¡curioso epitafio! ... Su logro perduró tanto que en algunos libros alemanes todavía se llama a π número de Ludolph.

<sup>3</sup> Aunque parezca mentira (libro *Guinness de los Records*), “en 1897 la Asamblea Legislativa del Estado de Indiana decretó que el valor de π era 4”.

<sup>4</sup> Como curiosidad, puede comprobar que si se escriben las cifras del numerador y denominador en orden inverso se consigue una aproximación de la raíz cuadrada de π.



- En 1671 el escocés James Gregory (1638-1675) encontró el desarrollo en serie de la función arco tangente:

$$\arctg x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$$

- Dos años después el alemán Gottfried Leibniz (1646-1716) halló la siguiente serie, de manera independiente<sup>5</sup>, que resulta muy fácil de memorizar pero presenta el inconveniente de que converge muy lentamente<sup>6</sup>:

$$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

- En 1699 el inglés Abraham Sharp (1651-1742) llegó hasta los 72 decimales, partiendo de la fórmula de Gregory.
- En 1706 el inglés John Machin (1680-1752) dio a conocer la siguiente expresión, que converge con rapidez a  $\pi$  y calculó sus primeros cien decimales:

$$\pi = 16 \arctg \frac{1}{5} - 4 \arctg \frac{1}{293}$$

## MÉTODOS ANALÍTICOS

El trabajo ímprobo de von Ceulen demostró que los métodos geométricos no eran muy eficaces para calcular  $\pi$ . Casualmente entonces comenzó a desarrollarse el Análisis matemático que, como se descubrió enseguida, ofrecía herramientas más potentes para enfrentarse al desafío de  $\pi$ .

Por ejemplo, Vieta fue el primero en descubrir una serie infinita de fracciones que converge hacia  $\pi$ .

$$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \cdot \dots$$

La puerta que abrió, interrelacionando una constante geométrica con productos y series infinitas de números, dejó pasar a muchos otros grandes matemáticos:

- El inglés John Wallis (1616-1703) demostró en 1665, en su *Arithmetica infinitorum*, que:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9} \cdot \dots$$

Muchos de los esfuerzos realizados hasta entonces para obtener cifras de  $\pi$  tenían por objeto encontrar alguna periodicidad que permitiese expresarlo en forma de fracción. En 1761 el matemático alemán Johann Lambert (1728-1777) demostró que  $\pi$  es un número irracional; dicho de otra forma, no se puede poner como cociente de dos enteros.



<sup>5</sup> Puede deducirse fácilmente de la expresión de Gregory sin más que hacer  $x = 1$ .

<sup>6</sup> Hay que sumar 50 términos para encontrar dos decimales exactos, 500 para hallar 3, etc.

Si le apetece, puede ver la demostración en la siguiente página, donde también encontrará la prueba de la irracionalidad de  $e$  y  $\log 2$ .

<http://xavier.gourdon.free.fr/Constants/constants.html>

A pesar de que Lambert había demostrado que  $\pi$  tiene infinitos decimales no periódicos, siguieron buscándose más decimales de  $\pi$ , seguramente a modo de pasatiempo o por abrirse un pequeño hueco en la historia de las Matemáticas. Así, George Vega calculó 140 decimales, Zacharias Dase<sup>7</sup> 200 y Rítcher 500.

Pero sin la menor discusión, la persona que se lleva la palma en lo de dedicar más tiempo a la tarea de buscar decimales de  $\pi$ , es el matemático inglés William Shanks (1812-1882). A partir de la fórmula de Machin obtuvo el valor de  $\pi$  con 707 decimales en 1873... ¡tras la friolera de veinte años de cálculos manuales!<sup>8</sup> ... Y para colmo, se confundió en el decimal número 528, de modo que los posteriores ya resultaron incorrectos... Como curiosidad le diré que todos ellos están grabados en una sala del palacio de la Decouverte, en París.

## $\pi$ Y EL AZAR

$\pi$ , además de aparecer en cuestiones geométricas y numéricas, también se encuentra íntimamente ligado con el azar, como verá a continuación; sin embargo, observe que eso no quiere decir que sus cifras estén colocadas aleatoriamente, ni mucho menos, puesto que siguen un algoritmo determinado. Seguidamente le voy a mostrar tres apariciones de  $\pi$  en cuestiones de azar y probabilidad.

Dibuje un cuadrado de lado  $l$  e inscriba en él un círculo. Como el área del círculo es  $\pi\left(\frac{l}{2}\right)^2$  y la del cuadrado  $l^2$ , resulta que la probabilidad de que un punto del cuadrado se halle también en el círculo será:

$$\frac{\text{área del círculo}}{\text{área del cuadrado}} = \frac{\pi}{4}$$

<sup>7</sup> En 1824, cuando sólo tenía 16 años, tardó 2 meses en calcular los 205 primeros decimales de  $\pi$ ... No, no me he equivocado. Los cinco últimos estaban mal.

<sup>8</sup> Algunas fuentes afirman que sólo fueron quince los años dedicados a esta labor. En cualquier caso, es una barbaridad.

<sup>9</sup> Lanzando dardos, por ejemplo. No resulta un método muy científico, porque enseguida se presentan sesgos, pero sí muy divertido.

<sup>10</sup> Según Buffon la Tierra había surgido del choque de un cometa con el Sol hacía unos setenta y cinco mil años. Actualmente se considera que la edad real de nuestro planeta ronda los 4600 millones de años.

Este resultado ofrece un nuevo camino para hallar  $\pi$ , basándonos en el hecho de que la frecuencia relativa de un suceso tiende a su probabilidad. Así, si obtenemos al azar un conjunto de puntos del cuadrado<sup>9</sup> y contabilizamos los que se encuentran también en el círculo, la frecuencia relativa de éstos últimos multiplicada por 4 dará un valor aproximado de  $\pi$ .

Es posible que piense que he hecho trampa, ya que si bien interviene el azar también aparece un círculo, que está íntimamente ligado a  $\pi$ . Algo de razón tiene, pero lo cierto es que he comenzado con ese problema porque es fácil comprender el resultado. Por ejemplo, ¿a que no sabe cuál es la probabilidad de que dos números naturales sean primos entre sí; es decir, no tengan ningún divisor común salvo 1? ¿Verdad que no tiene mucha idea? ... Es lógico, ya que esta vez resulta mucho más complicado obtener la respuesta, que es:

$$\frac{6}{\pi^2}$$

Teniendo en cuenta ese resultado, ahora bastaría con tomar al azar  $n$  parejas de números y contar cuántas de ellas,  $m$ , no tienen divisores comunes. De esta forma, se tendría:

$$\pi \approx \sqrt{\frac{6n}{m}}$$

Pero, sin lugar a dudas la aparición más sugestiva de  $\pi$  en cuestiones de azar tiene que ver con un experimento que tiene nombre propio: Las agujas de Buffon.

Georges L. Leclerc (1707-1788), conde de Buffon, fue un naturalista y escritor francés que, además de ser recordado por encontrar una notable manera de hallar  $\pi$ , también lo es por ser el primer científico en afirmar (1745) que la edad de la Tierra no era la indicada en la Biblia<sup>10</sup>, lo cual le ocasionó muchos problemas con la Iglesia hasta que fue forzado a retractarse.

Veamos la original forma de obtener  $\pi$  que descubrió Buffon. Se dibuja una serie de rectas paralelas, separadas entre sí por una distancia  $d$  y se lanza sobre el dibujo una aguja cuya longitud es la mitad de  $d$ . La probabilidad de que la aguja corte alguna línea es  $1/\pi$ .



Por tanto, si se lanzan  $n$  agujas y  $c$  es el número de ellas que cortan a alguna paralela. Se cumple que:

$$\pi \approx \frac{n}{c}$$

En las siguientes direcciones puede encontrar una información más completa sobre este problema, incluyendo también la demostración del resultado obtenido por Buffon y varias simulaciones del experimento, algunas de ellas incluso on-line:

<http://www.mste.uiuc.edu/reese/buffon/buffon.html>  
<http://www.efg2.com/lab/Mathematics/Buffon.htm>  
<http://stud2.tuwien.ac.at/~e9527412/Buffon.html>  
<http://www.geocities.com/~worsleyschool/science/buffon.html>

## LA CUADRATURA DEL CÍRCULO

Como ya le he indicado al comienzo, los griegos acostumbraban a resolver sus problemas geométricos utilizando únicamente regla y compás. Sin embargo, se encontraron con tres problemas, aparentemente sencillos, que se les atragantaban una y otra vez, sin encontrar manera de resolverlos<sup>11</sup>:

La cuadratura del círculo: Construir un cuadrado de área igual al de un círculo dado<sup>12</sup>.

La duplicación del cubo: Encontrar la arista de un cubo cuyo volumen sea el doble del de un cubo dado.

La trisección de un ángulo: Dividir un ángulo en tres partes iguales.

Los primeros matemáticos de quienes se tienen noticia que intentaron resolver el problema de la cuadratura del círculo fueron Hipócrates de Quíos y Anaxágoras (500-428 aC) y durante más de dos mil años el intento resolverlo fue continuo, lo que produjo múltiples avances en Geometría. Por ejemplo, algunos nombres que merece la pena recordar son los del cardenal de Cusa (1401-1464), Oronce Fine (1494-1555), Joseph Scaliger (1540-1609), Thomas Hobbes<sup>13</sup> (1588-1679), etc.

Tan abundantes eran las memorias tendentes a demostrar la cuadratura del círculo que, en 1775, la Academia de la Ciencias de París publicó una resolución señalando que ya no examinaría más hipotéticas soluciones de la cuadratura del círculo, la trisección del ángulo o la duplicación del cubo... ni proyectos sobre máquinas de movimiento perpetuo.

Pero, ¿cuándo un problema es resoluble con regla y compás? En *Análisis matemático* de Rey Pastor la res-

<sup>11</sup> En las siguientes direcciones tiene tratados estos tres problemas clásicos con detenimiento:

[http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Squaring\\_the\\_circle.html#s59](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Squaring_the_circle.html#s59)

[http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Doubling\\_the\\_cube.html#s9](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Doubling_the_cube.html#s9)

[http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Trisecting\\_an\\_angle.html#s25](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Trisecting_an_angle.html#s25)

<sup>12</sup> La rectificación del círculo, también similar, consiste en construir con regla y compás un segmento cuya longitud sea la de una circunferencia dada.

<sup>13</sup> Matemático aficionado, que creyó haber demostrado la cuadratura del círculo, es sobre todo conocido por los panfletos y libros que editó contra Wallis, que no paraba de refutarle sus errores. ¡Cómo olvidar un título tan jugoso como *Castigo escolar impuesto al señor Hobbes por no dar debidamente sus lecciones!* ¿Y qué decir de *Notas sobre la geometría absurda, el lenguaje patán, la política de la Iglesia escocesa y otros barbarismos del señor Wallis?*

puesta es sumamente clara: "La condición necesaria y suficiente para que un problema geométrico sea soluble con la regla y el compás es que la incógnita pueda expresarse en función de los datos por medio de una expresión racional o irracional cuadrática".

En 1882 Ferdinand Lindermann (1852-1939) publicó su famoso artículo *Ueber die Zahl  $\pi$*  en *Mathematische Annalen* y dejó zanjada la cuestión, ya que demostró que  $\pi$  es un número trascendente; es decir, que no puede obtenerse a partir de un número finito de operaciones algebraicas con los enteros. Dicho de otra forma, no es una raíz de una ecuación algebraica de coeficientes enteros.



En otras palabras, la cuadratura del círculo es imposible... aunque sólo en el sentido que los griegos daban a este problema, claro está<sup>14</sup>. Desde el punto de vista actual, cuadrar un círculo es tan trivial como hallar la raíz cúbica de 2 o el logaritmo de 7.

## LLEGAN LOS ORDENADORES

Con el surgimiento de los ordenadores era de esperar que se obtuviesen más y más dígitos decimales de  $\pi$ , ya que se trata de una cuestión muy apropiada para ser programada... y así ha sucedido. Conforme fueron trans-

curriendo los años fueron encontrándose más y más decimales de  $\pi$ , en una carrera ininterrumpida, como puede apreciarse en la siguiente relación:

- 1946: El inglés D. F. Ferguson obtuvo 620 decimales (llegó hasta los 808 en 1947). Entonces fue cuando se descubrió el error de Shanks.
- 1949: John W. Wrench y Levi B. Smith, con un ordenador todavía electromecánico, hallaron los primeros 1120 decimales.
- 1949: Georges W. Reitwiesher programó ENIAC con el algoritmo de Machin. Tras más de 70 horas de funcionamiento, encontró los 2037 primeros dígitos de  $\pi$ .
- 1961: Daniel Shanks y John W. Wrench programaron un IBM que, funcionando 8 horas, obtuvo 100.265 dígitos.
- 1974: Jean Guilloud y Martine Bouyer lograron un millón de decimales. Codificaron en un Control Data, que trabajó durante 23 h 18 m, las siguientes expresiones debidas a Stormer y Gauss:

$$\pi = 24 \operatorname{arctg} \frac{1}{8} + 8 \operatorname{arctg} \frac{1}{57} + 4 \operatorname{arctg} \frac{1}{239}$$

$$\pi = 48 \operatorname{arctg} \frac{1}{18} + 32 \operatorname{arctg} \frac{1}{57} - 20 \operatorname{arctg} \frac{1}{239}$$

En 1975 Richard P. Brent y Eugene Salamin, trabajando independientemente, descubrieron un complejo algoritmo que permite hallar  $\pi$  con mucha mayor rapidez. Así, mientras los métodos citados anteriormente exigen para obtener  $n$  decimales un número de operaciones proporcional a  $n$ , con este nuevo algoritmo la proporcionalidad lo es con respecto a  $\log n$ , que resulta muy inferior<sup>15</sup>.

Siguiendo ese algoritmo los japoneses tomaron la delantera en la carrera por encontrar decimales de  $\pi$ . Kazunori Miyoshi en 1981 obtuvo dos millones de decimales con un FACOM durante 137 horas y Kanada, Tamura, Yoshino y Ushiro lograron, en 1983, dieciséis millones de decimales tras unas 30 horas.

En 1986 el récord de cifras decimales (29.360.128) retornó a Occidente. Se logró con un superordenador

<sup>14</sup> Los otros dos problemas también son irresolubles, ya que se reducen a raíces cúbicas.

<sup>15</sup> Si le apetece saber de qué va este método, puede visitar la página:  
<http://xavier.gourdon.free.fr/Constants/constants.html>

Cray-2 de la NASA, que estuvo calculando 28 horas y fue programado por David H. Bailey.

De nuevo el japonés Yasumasa Kanada retornó al Guinness durante los años siguientes, codificando el algoritmo de Brent y Salamin: En enero de 1987 con un NEC halló 133.554.000 decimales. En marzo de 1988, dejó un superordenador Hitachi trabajando durante 5h 54m y halló 201.326.000 decimales. Un año después alcanzó los 536.870.000 decimales tras 67h y 13m.

Sólo un año más tarde, los hermanos Gregory y David Chudnovsky obtuvieron ¡mil millones de decimales de  $\pi$ ! ... y, en 1994, ¡más de cuatro mil millones!

Pero otra vez Kanada volvió a coger el mando: 6.442.450.938 decimales en 1995; más de diecisiete mil millones en 1996... y en septiembre de 1999 alcanzó los ¡sesenta y ocho mil millones!

Lógicamente, y más ahora que se conocen tantísimos decimales de  $\pi$ , se han estudiado a fondo sus cifras, buscando encontrar alguna propiedad curiosa, algún sesgo, etc. Se les han pasado tests de todo tipo para estudiar su uniformidad y su aleatoriedad y, por el momento todos ellos los ha superado con nota alta. Dicho de otra forma, los diez dígitos se encuentran repartidos de una forma similar<sup>16</sup> y sus apariciones parecen como si fuesen al azar... ¡Ojo, sólo lo parecen!

Si tiene curiosidad por obtener los decimales de  $\pi$ , puede localizar múltiples páginas por Internet (por ejemplo, las de Yahoo dedicadas en exclusiva a este objeto). No obstante, prefiero recomendarle la siguiente dirección donde encontrará el programa PiFast que calcula tantos decimales de  $\pi$  como desee, además de adjuntar una exposición de los algoritmos que codifica. Para que se haga una idea de la potencia y rapidez de ese breve programa, le diré que en mi Pentium 500 ha tardado un minuto en obtener un millón de decimales de  $\pi$ . ¡Casi nada!

<http://xavier.gourdon.free.fr/Constants/constants.html>

Otras direcciones donde hallará muchísima información sobre  $\pi$ , de toda índole, son las que le indico a continuación. ¡Que disfrute con las visitas!

<http://www.joyofpi.com/>  
<http://www.acc.umu.se/~olletg/p/tribute.html>  
[http://www.exploratorium.edu/learning\\_studio/p/p.html](http://www.exploratorium.edu/learning_studio/p/p.html)  
<http://webs.adam.es/rllorens/pihome.htm>  
<http://www.ugcs.caltech.edu/~eveander/>

<sup>16</sup> Por ejemplo, entre los primeros diez millones de decimales las frecuencias de cada uno de los diez dígitos 0, 1, ..., 9 son, respectivamente: 999440, 999333, 1000306, 999964, 1001093, 1000466, 999337, 1000207, 999814 y 1000040.

<http://pw1.netcom.com/%7ehjsmith/p.html>  
<http://www.cecm.sfu.ca/p/>  
<http://www.astro.univie.ac.at/~wasi/p/>

## REGLAS MNEMOTÉCNICAS

Para terminar con  $\pi$  nada mejor que citar una serie de curiosas y simpáticas reglas con las que memorizar sus primeras cifras decimales e impresionar a nuestras amistades. Para recordar los dígitos basta contar las letras que conforman cada palabra... Y si quiere entretenerse puede intentar crear alguna más poética o graciosa.

Soy y seré a todos definible.  
 Mi nombre tengo que daros.  
 Cociente diametral, siempre inmedible,  
 soy de los redondos aros.  
 (Manuel Golmayo)

Soy  $\pi$ , lema y razón ingeniosa  
 de hombre sabio, que serie preciosa  
 valorando, enunció magistral.  
 Por su ley singular, bien medido  
 el gran orbe por fin reducido  
 fue al sistema ordinario usual.  
 (R. Nieto París, de Colombia)

En su excelente libro *Los números y sus misterios*, André Warusfel cita dos en francés sin indicar sus autores (me disculpo de antemano por los posibles errores de transcripción):

Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages!  
 Immortel Archimède, artiste, ingénieur  
 Qui de ton jugement peut priser la valeur?  
 Pour moi ton problème eut de sérieux avantages.

Car j'aime à faire apprécier ce nombre, objet des soins patients, longtemps répétés, engendrés par ce dur problème grec: carer le cercle. Même son nom habituel est un symbole (périmètre) utile.

Y tampoco hay que olvidar a los supermemoriones. Por lo visto, en 1983 Rajan Mahadevan fue capaz de recordar los primeros 31.811 decimales de  $\pi$  y, en 1987 el japonés Hideaki Tomoyori empleó más de diecisiete horas en recitar 40.000 decimales... Una manera nada sencilla de salir en el Guinness.