

Teoría del riesgo bursatil

Benjamín Hernández Blázquez

“Quien compra lo superfluo no tardará en verse obligado a vender lo necesario”
(B. Franklin)

La Bolsa, en esencia, es un punto de convergencia entre empresas y ahorradores, ambas, figuras fundamentales en las economías modernas; asimismo constituyen un mercado y como tal se negocian productos más variados cada vez, entre compradores y vendedores canalizando el ahorro hacia la inversión productiva. Las empresas que precisan fondos para alcanzar sus objetivos, exhiben diferentes formas de captarlos; una de las más usadas es acudir a la Bolsa y vender activos financieros que hayan emitido con anterioridad.

Por otra parte, los ahorradores desean obtener la mayor rentabilidad de sus excedentes, y entre las varia-

das alternativas de inversión que existen, pueden decidir la compra en Bolsa de los productos emitidos por las empresas en cada momento coyuntural. Últimamente la gama de productos financieros que las entidades emisoras han puesto a disposición de los inversores se ha ampliado de forma extraordinaria; sincronizado con ello están los hábitos financieros de los ciudadanos que han variado sustancialmente y las empresas han ampliado su capacidad productiva saliendo a los mercados extranjeros, diversificando valores, productos derivados, opciones, futuros o warrants.

Con todo, los productos financieros susceptibles de inversión, emitidos tanto por empresas privadas como por el Estado, Autonomía u otros Organismos, se pueden clasificar en dos grandes apartados: Renta Fija (RF) y Renta Variable (RV).



LA RENTA FIJA por la que sus titulares se convierten en acreedores de la empresa emisora, se tipifica en los siguientes productos según su duración: a largo plazo, a medio o a corto. Los más comunes son:

- Con prima y sin prima
- A interés fijo o variable fijado *a priori* o *a posteriori*
- Cupón cero

Todos son productos financieros a largo plazo.

Obligaciones que son partes alícuotas de una emisión realizada por una sociedad que confiere a sus titulares el derecho al cobro de intereses y a la devolución del principal en la fecha fijada de amortización. Pueden ser:

Bonos son similares a las obligaciones, pero emitidos a medio plazo, entre 3 y 8 años. Esta denominación, del inglés *bond*, pueden tener idénticas modalidades a las obligaciones.

MERCADOS ESPAÑOLES DE VALORES		
MERCADO DE DERIVADOS FINANCIEROS	MERCADO BURSÁTIL	MERCADO DE DEUDA PÚBLICA
OPCIONES Y FUTUTOS	- DEUDA PÚBLICA - RENTA FIJA	- LETRAS TESORO - BONOS Y OBLIGACIONES
MEEF (Mercado Español de Futuros Financieros) - RV - RF	<u>ACCIONES</u>	
	BOLSAS DE VALORES - MADRID - BARCELONA - VALENCIA - BILBAO	BANCO DE ESPAÑA

Letras son valores a *corto plazo*, es decir, con un espacio temporal que oscila entre tres meses y un año; son emitidas al descuento por lo que el inversor compra una letra de un nominal de 1000 euros, por ejemplo y paga únicamente 950 €; al finalizar el plazo de vida de la letra percibirá el nominal (1000 €). Las más extendidas en España son las Letras del Tesoro que son emitidas por el Estado para su financiación dentro del apartado conocido como Deuda del Estado.

Pagarés son idénticos a las letras, pero en versión de empresa privada, es renta fija a corto plazo.

Además de los derechos inherentes a obligaciones y bonos, estos confieren a sus titulares la posibilidad de convertir en fechas, precios y otras circunstancias, fijados *a priori*, sus valores por acciones de la empresa, por lo que el titular pasa de acreedor a socio de la compañía. Son las obligaciones y bonos convertibles o canjeables; por otra parte están a caballo entre la RF y la RV.

LA RENTA VARIABLE (RV) se identifica sustancialmente en las *acciones* su producto más genuino, y el más conocido por los inversores en estos mercados financieros. Las empresas tienen dividido el capital constitutivo en partes; si cotizan en Bolsa, sus acciones pueden negociarse en el mercado, por lo que compradores y vendedores fijan el mercado de las acciones.

La valoración del precio de las acciones de una empresa, no es otra cosa que la determinación que el mercado hace sobre las expectativas de futuro de las Cias que cotizan en Bolsa. Por esto, estas entidades son consideradas como “barómetros” económicos de los países respectivos, y los accionistas como propietarios proporcionales de empresas subtienden una serie de derechos:

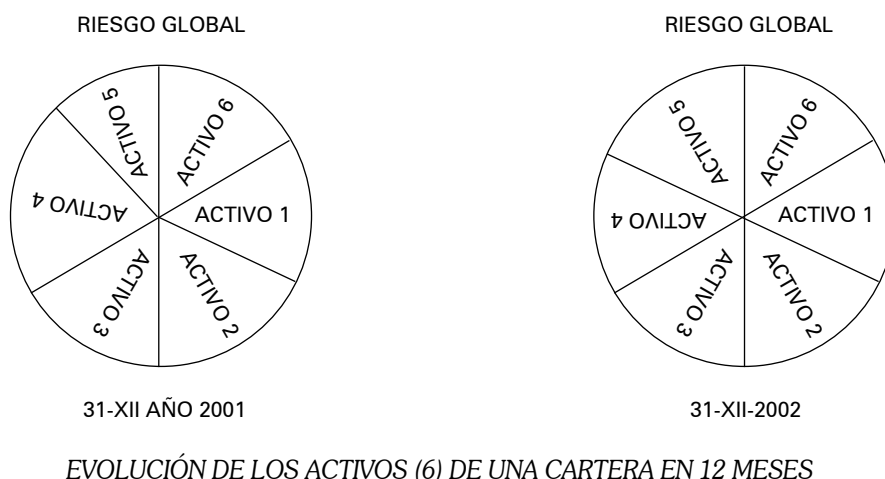
- derecho al dividendo
- “ a la transmisión
- “ preferente de suscripción
- “ al voto

Las acciones, al alza, a la baja o estables configuran el devenir social de las empresas y todas ellas, la economía de los países, pero que a su vez dependen de multitud de factores endógenos y exógenos.

El objetivo fundamental de una Cia., y consecuentemente de un accionista o inversor es maximizar el beneficio (rentabilidad) y, minimizar el riesgo. Las denominaciones que reciben los rendimientos dependen siempre del activo que las generan:

- intereses de los depósitos bancarios
- cupones de los bonos y obligaciones
- dividendo de las acciones: apreciación o depreciación

Asimismo fuera del campo financiero se habla de rendimiento de activos como los alquileres de inmuebles, las rentas, que son los rendimientos de la tierra, o también los salarios de los trabajadores que representan la renta del capital humano.



EVOLUCIÓN DE LOS ACTIVOS (6) DE UNA CARTERA EN 12 MESES

RENTABILIDAD

Lógicamente, los rendimientos (R_i) obtenidos de los diversos activos tienen una gran dependencia, son las variables de un estudio estadístico; en un año, por ejemplo, los rendimientos de los bonos y de las acciones no son iguales, unos ejercicios las acciones generan más ganancias que los bonos y, en otros sucede lo contrario. Estas diferencias, la mayoría de las veces son imprevisibles, dado que dependen de multitud de factores inherentes a los mercados.

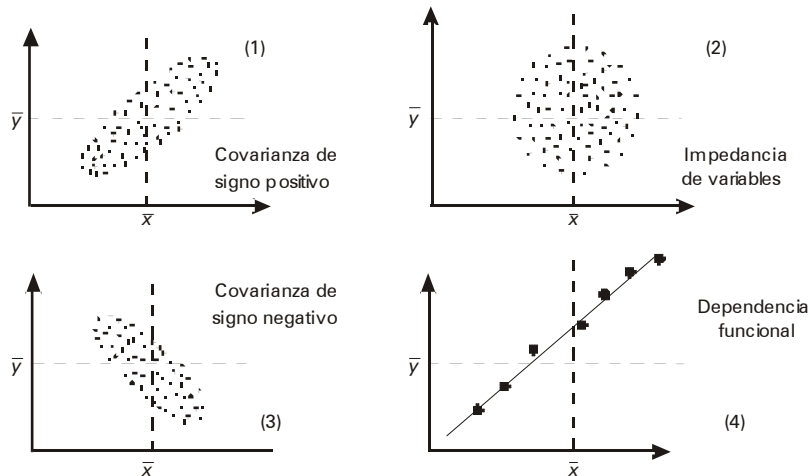
Conocidos esos factores para medir y analizar su influencia, se puede detectar la tendencia de la rentabilidad del producto en cuestión, aunque como en las previsiones meteorológicas lejanas, no se incide en la seguridad, sino en la obtención de ciertos intervalos de probabilidad.

La rentabilidad (R_i) de un activo, ya sea simple, compuesta o continua puede conformarse desde distintas perspectivas, pero su tratamiento estadístico se basa en la idea de que esta (R_i) es una variable que permite

adoptar valores distintos a través de un tiempo (t) determinado y esto no es posible determinarlo sin la observación y análisis, lo que lleva a considerar la variable en cuestión como una *variable aleatoria* (v.a.) es decir, regida por una distribución de probabilidad.

La distribución generalmente aceptada es la normal o gaussiana definida claramente mediante dos únicos parámetros: media (\bar{x}) y desviación típica (σ). No obstante, muchos supuestos o realidades financieras presentan distribuciones que se alejan de este paradigma, lo que obliga a diseñar tests estadísticos de contraste orientados a validar la hipótesis de normalidad.

RENTABILIDAD DE UNA CARTERA (RC). Una cartera financiera no es otra cosa que una colección de títulos o valores en la que cada uno de ellos participa con un porcentaje igual o distinto (W_i). Como se ha referido anteriormente, a la rentabilidad (R_i) que produce cada título es una v.a. definida de acuerdo con una distribución de probabilidad por lo que la (R_i) de una cartera (C_i) es la suma de 1, 2 ... n, acciones todas ellas v.a. ponderadas por el porcentaje (W_i) de participación de cada acción (i).



DISTINTA EVOLUCIÓN DE LA TASA DE RENTABILIDAD DE BONOS Y ACCIONES

$RC = \sum_1^n W_i R_i$; por lo tanto (RC) es una v.a. asociada a una distribución

Si consideramos que esta distribución es normal o \approx normal, su valor esperado más probable será:

$$E [RC] = \sum_1^n W_i E (R_i) \text{ ó Rentabilidad media } (\bar{R}_i) = \sum_1^n W_i R_i$$

Particularmente para una cartera de dos acciones, caso más elemental, la rentabilidad media (\bar{RC}) sería:

$$\bar{RC} = E [RC] = W_1 E [R_1] + W_2 E [R_2]$$

Es decir, que será igual al sumatorio de las rentabilidades de los dos activos que la componen ponderado de acuerdo con su participación en la misma.

Ejemplo nº 1. Calcular la rentabilidad esperada para dos valores (V_1 y V_2) para los que se conocen los datos de rentabilidad de tres periodos (t_1, t_2, t_3) pasados, así como la probabilidad de ocurrencia.

	AÑOS		
	2000	2001	2002
valor 1	(6%)(7%)(8%)
valor 2	(-7%)(7%)(21%)
Prob	(0,25%)(0,50%)(0,25%)

$$Pr (t_1) + Pr (t_2) + Pr (t_3) = 0,25 + 0,50 + 0,25 = 1$$

El valor esperado de esta cartera sería:

$$E [R_1, V_1] = \sum (Pr V_1, R_1) V_1 R_1$$

$$E [R_2, V_2] = \sum (Pr V_2, R_2), \text{ es decir } V_2 R_2$$

$$E [R_1, V_1] = (0,06) (0,25) + (0,07) (0,50) + (0,08) (0,25) = 0,07$$

$$E [R_2, V_2] = (-0,07) (0,25) + (0,07) (0,50) + (0,21) (0,25) = 0,07$$

Concluyendo, los dos valores tienen igual rentabilidad (7%), aunque los valores de ocurrencia y variabilidad son claramente diferentes.

A esta variabilidad se le llama *riesgo* (B_i) por lo que se infiere que un activo será más *arriesgado* que otro, si sus rendimientos son más variables, y así generalmente, los inversores nacionales prefieren invertir en el activo con menor riesgo si ambos coinciden en la rentabilidad media, o por el contrario sólo optarán a invertir con riesgo cuando el beneficio esperado sea superior. Por todo ello, el análisis del riesgo se basa en identificar cuales son los factores que hacen que los rendimientos varíen; es medir esa variabilidad y posteriormente analizar la relación de causalidad.

RIESGO, según la Real Academia de la Lengua, es "cada uno de los accidentes o contingencias que pueden ser objeto de un contrato de seguro". Proviene, según Corominas, del mismo origen que el castellano antiguo *risco*: peñasco escarpado (siglo XIII) y éste del latín *resicare* = sembrar discordia, debido al peligro que corre el que transita por estos lugares, o el navegante que se aproxima a un escollo. Como término financiero, *riesgo* es la probabilidad de sufrir un daño o pérdida económica.

Estadísticamente se mide por uno de los parámetros de la distribución normal, la varianza (\bar{v}^2) o su raíz cuadrada la desviación o estándar típica (σ). Estas medidas

no son otra cosa que el promedio de las desviaciones elevadas al cuadrado de cada rendimiento observado con respecto a la media general. Se elevan al cuadrado para que todas sean positivas, evitando así que las diferencias (+) y (-) se compensen entre sí y den una idea incorrecta de la verdadera dispersión de los valores al respecto.

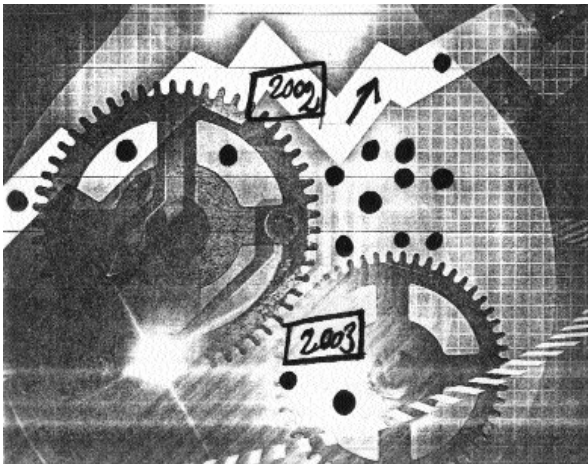
$$\sigma^2 (R_i) = \sum_1^t \text{prob} [R_i - E (R_i)]^2;$$

$$\sigma = \sqrt{(R_i - \bar{R})^2 \text{ fr } R_i}$$

(para datos agrupados)

Si el comportamiento de una acción es estable, las desviaciones de su rentabilidad esperada serán pequeñas en cada operación; por el contrario, si la acción es volátil sus desviaciones, tanto hacia arriba como hacia abajo serán grandes, es decir la volatilidad de los valores está en función de la variación.

No obstante la utilidad, en el campo financiero, de la (σ) como medida de riesgo plantea ciertos problemas al suponer que el inversor percibe del mismo modo el riesgo de que la rentabilidad esperada repercuta más por exceso que por defecto. Ocurre este suceso cuando se gana más de lo previsto, que gane menos o que pierda dinero. Por ello algunos académicos preconizan el uso de la semivarianza que mide únicamente las desviaciones negativas, no obstante las ventajas del tratamiento estadístico de la σ^2 o la σ resultan claramente superiores a sus servidumbres.



Veamos a continuación la aplicación de estos términos estadísticos al caso del ejemplo n° 1:

Ejemplo n° 2

Hallar el riesgo (B_i) para los títulos anteriores (V_1 y V_2) de dos empresas que cotizan en mercados bursátiles de la U.E.

$$B_i = \sigma^2 (R_i) = \sum_1^t \text{prob} [R_i - E (R_i)]^2 = \sum_1^t \text{prob} (R_i - \bar{R})^2$$

Para el valor (V_1) sería:

$$B (V_1) = \sigma^2 (R_1 V_1) = \sum_1^3 \text{Pr } V_1 (R_1 - R)^2, \text{ sustituyendo los \% quedaría}$$

$$(0,06 - 0,07)^2 (0,25) + (0,07 - 0,07)^2 (0,50) + (0,08 - 0,07)^2 (0,25) = 0,000050$$

Y para el valor (V_2);

$$B (V_2) = \sigma^2 (R_2 V_2) = \sum_1^3 \text{Pr } V_2 (R_2 - R)^2;$$

$$(0,06 - 0,07)^2 (0,25) + (0,07 - 0,07)^2 (0,50) + (0,21 - 0,07)^2 (0,25) = 0,0049$$

En el ejemplo n° 1 vimos que los dos valores tenían igual rentabilidad esperada (7%), pero el riesgo (B_i) que se asume adquiriendo uno u otro valor es diferente, siendo el V_2 el más arriesgado.

RIESGO DE UNA CARTERA (BC) siguiendo las pautas de rentabilidad anteriores sería:

$$BC = \sigma^2 = E [R_i - E (R_i)]^2, \text{ es decir,}$$

$\sigma_c^2 = E [\sum W_i R_i - \sum W_i E (R_i)]^2$ por lo que desarrollando esta expresión matemática, y para el caso más elemental, el de dos valores queda:

$$\sigma_c^2 BC = \sigma_c^2 = W_1^2 \sigma_1^2 + (1 - W_1)^2 \sigma_2^2 + 2 W_1 (1 - W_1) \sigma_{12}$$

Siendo $\sigma_{12} = E [(R_1 - E (R_1)) (R_2 - E (R_2))]$; el nuevo concepto que aquí aparece, la covarianza; y expresiones, ambas, fundamentales en la teoría de Markowitz.

Por tanto, al contrario de lo que parece espontáneamente, el riesgo de una cartera no es la media aritmética de los riesgos de los activos que la compone; tiene que ver con los riesgos de sus activos, pero la relación no es aditiva sino multiplicativa e introduciendo el concepto de covarianza como medida de asociación de valores.

Covarianza es una medida estadística que cuantifica la relación lineal entre dos variables (x e y) por lo que:

$Cov (x, y) = \sum_1^n (x_i - \bar{x}) (y_i - \bar{y})$ siendo \bar{x} e \bar{y} las medias respectivas y (n) el número de datos en la distribución: si vienen agrupados por clases, esta expresión se particulariza con los datos de la frecuencia (x_i y_i) y queda:

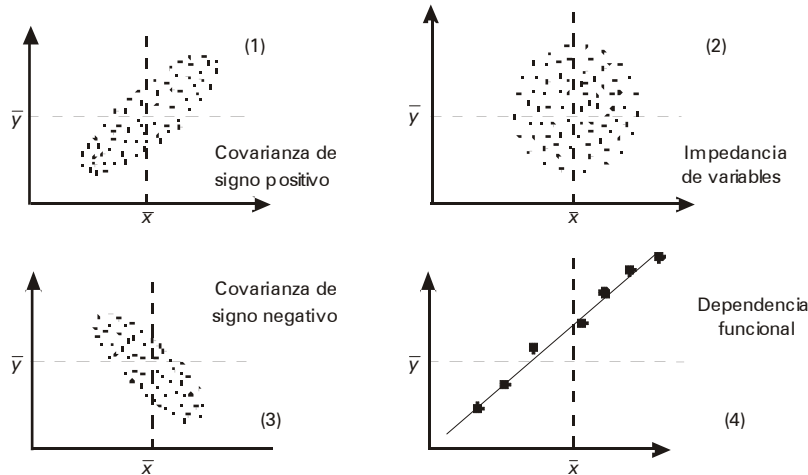
$$Cov (x, y) = \sum_1^n (x_i - \bar{x}) (y_i - \bar{y}) \text{ fr } (x_i, y_i)$$

La cov. nos indica en qué medida dos acciones se mueven en el mismo sentido. Una cov. positiva nos indica que cuando un valor sube el otro también lo hace; si la cov. es negativa indica que si un valor aumenta, el otro baja y si es nulo los valores son independientes. Pero esta medida tiene el inconveniente de la dependencia de las unidades de medida de las variables respectivas, por lo que para construir una medida

adimensional, habrá que dividir la cov por un término con idénticas dimensiones, es el *coeficiente de correlación* (r) que para dos valores (V_1 y V_2) es:

$$r = \frac{\text{cov}(V_1 \text{ y } V_2)}{\sigma_x \sigma_y}$$

siendo $\sigma(V_1)$ y $\sigma(V_2)$ las desviaciones típicas de estos valores



Tipos de covarianza resultante de la relación entre variables

CORRELACIÓN (r) Es otro de los conceptos fundamentales del análisis del riesgo; cuando es igual a (1) implica que un activo V_1 y otro V_2 se mueven al alza el otro va a la baja y viceversa; un coef (r) igual a (0) implica que los movimientos de V_1 y V_2 no están correlacionados o que cuando uno se mueve en cualquier sentido, el otro permanece estático.

La ausencia de correlación entre los movimientos de varios activos: $V_1 V_2 \dots V_n$ es muy importante para amortiguar las fluctuaciones en el valor total de la cartera. Por ello, si dos activos tienen una elevada movilidad, pero entre ellos no existe correlación, cuando uno se mueva el otro estará quieto, por lo que la fluctuación que comunicarán a la cartera en su conjunto será mucho menor que si los dos activos se movieran a la vez. Los valores de [r] que, como hemos visto, van de -1 a +1; en los mercados financieros resulta casi imposible encontrarlos en la realidad por lo que en la mayoría de los casos, las asociaciones o correlaciones de valores diremos que \rightarrow a cero a -1 ó a +1.

RIESGOS Y DIVERSIFICACIÓN. El riesgo absoluto del que no son inmunes los valores, aparece bajo distintos niveles, se suele abordar bajo dos enfoques com-

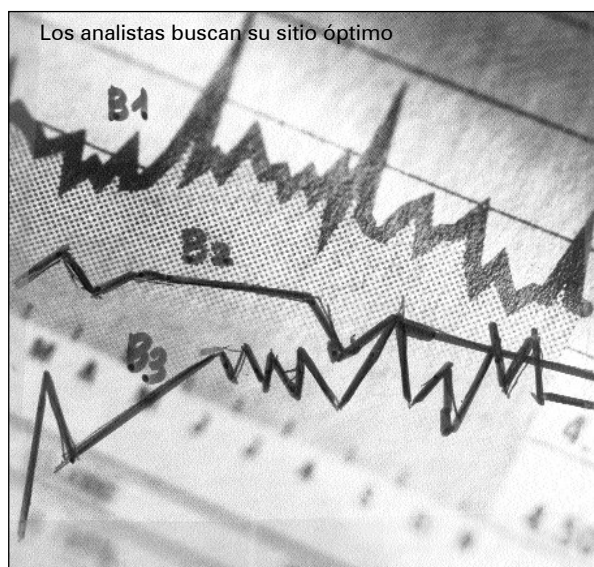
plementarios: los clase de activo de la cartera y las condiciones de liquidez de cada acción.

El riesgo determinado por la clase de activos en cuestión no es susceptible de eliminación total, salvo cuando se evita la inversión en esos activos, claro que si no se invierte no existirá, pero tampoco rentabilidad. Este tipo de riesgo es el *sistemático* (BS_s) o del sistema que no es *diversificable* y el denominado *mercado eficiente* (ME) remunera a medio o largo plazo al que asume ese riesgo.

Otra clase de factores que influye en la determinación del riesgo es el inherente a cada título, por lo que un solo valor con escasa liquidez se negocia en el mercado con más problemas, por lo que la oscilación de sus precios será más radical que la de otro activo mejor colocado en los mercados financieros. Existen además riesgos asociados a cada título que están en función del tipo de negocios a que se dedique la empresa emisora de la acción y de su eficacia en la gestión. Si esta Cia. pasa por dificultades, o sus resultados son difíciles de anticipar, es normal esperar que sus precios de acciones fluctúen más que los de otra empresa más estable, líder en el sector o, con resultados anticipables. Asimismo,

no pueden existir Cias. con dirigentes carentes de ética, malos gestores, que subordinen los resultados empresariales a sus intereses generando quiebras o catástrofes económicas. Si un inversor se encuentra con el 100% de sus recursos colocados en ese valor, y entra "en barrena", el resultado no sólo es una pérdida, sino la ruina o defunción económica. Este tipo de situación se denomina *riesgo específico* (BE) o no sistemático.

Este riesgo, sí es diversificable y el (ME) no remunera a los titulares que lo asumen. Ejemplo: si se quiere atravesar un río, la variable riesgo estará conformada por la anchura del río, la profundidad, la fuerza de la corriente, y las condiciones exteriores, entre otras. El riesgo de cruzar es inevitable, es el riesgo sistemático. Pero si se pretende atravesar ese mismo río de noche, con una pesada maleta y por el sitio más profundo, entonces el riesgo es mayor e innecesario. Los mercados retribuyen a los inversores arriesgados, pero no a los temerarios, aunque alguna, rara, vez hayan obtenido resultados. Asumir el (BE) es innecesario y perjudicial los mercados no remuneran en promedio, premian el arrojito pero no la insensatez. Por lo tanto, si construimos una cartera con 1, 2 ...n valores escasamente correlacionados, entonces estamos reduciendo o eliminando el (BE) de la cartera, y cuanto mayor sea el número de títulos no correlacionados, la cartera estará próxima al nivel mínimo de riesgo del mercado bursátil.



Con la inclusión de una nueva acción a una cartera determinada (C_i) contribuye de manera proporcional a su rentabilidad (R_i) pero no a su riesgo (B_i), pudiendo incluso disminuir éste.

El riesgo sistemático es al que se ven sometidas todas las acciones de forma general, debido a la dinámica de determinados factores que afectan a la Bolsa: tipos de interés, inflación, crecimiento económico, política del país, etc. El riesgo eliminado es el específico, al que se ve sometido cada Cia procedente de factores que afectan solamente a ella: éxitos o errores en su producción, comercialización, nuevos competidores, precios... .

Por ello un inversor de la Bolsa española convenientemente diversificado se verá sometido al (B_{s_i}) nacional, habiendo despejado el (BE) que conlleva cada acción particular.

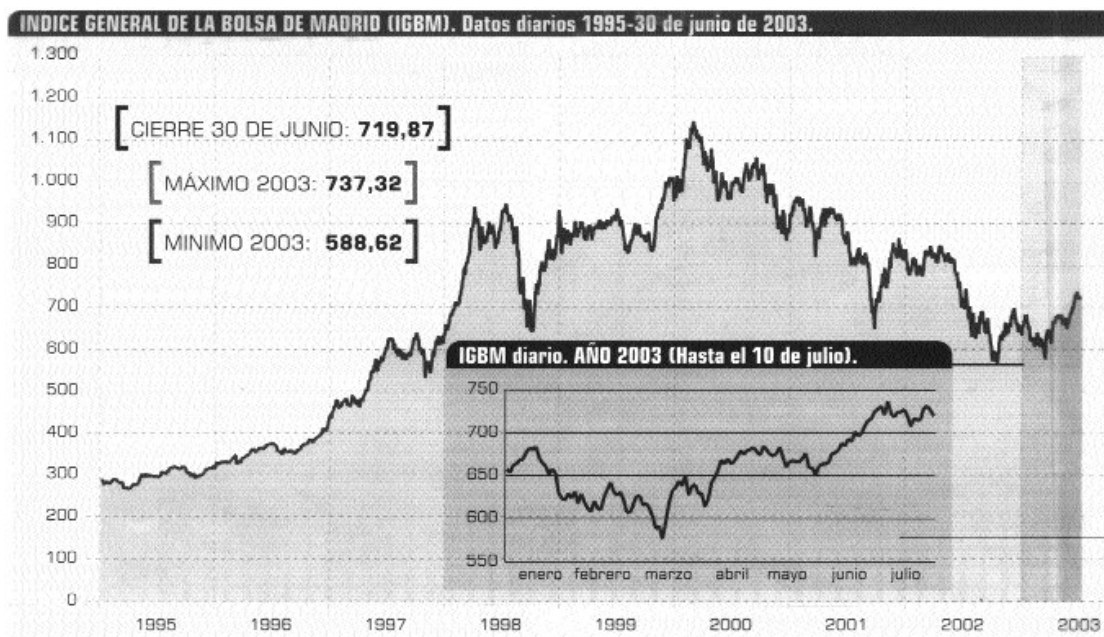
La otra diversificación, (DVF) *la internacional*, puede hacer disminuir el riesgo de una cartera nacional debido a que las Bolsas de los diferentes países no en cada país, y que las economías no se comportan igual en sus movimientos cíclicos, existen en general correlaciones menores entre los rendimientos de las inversiones que se hacen entre países, que entre los (R_i) que se efectúen dentro del país de referencia.

A nivel internacional los factores que determinan el (B_{s_i}) nacional se convierten, en parte, en (BE) y por tanto diversificable. Significa esto, que las inversiones extranjeras ofrecen beneficios de diversificación que no pueden ser aprovechados al invertir sólo en el mercado nacional.

El inversor nacional asume el (B_{s_i}) nacional y aún puede disminuir ese nivel si lleva a cabo una conveniente DVF internacional ya que parte del (B_{s_i}) de su país se convierte en (BE) internacional. La DVF internacional puede tener efectos tanto más beneficiosos cuando más bajos sean las correlaciones entre los (R_i) de las Bolsas de los países seleccionados, por ello si se planifica coherentemente puede aumentar los (R_i) y disminuir el (B_i).

Un estudio realizado en 2003 señala que en Europa el 40% de los beneficios potenciales, la DVF de la cartera obedece al "efecto país". Un problema que se plantean los técnicos financieros es el número óptimo de valores a incluir en una cartera, parece que los análisis respectivos lo fijan entre 20 - 25. Dado que si la cartera se compone de (n) valores de idéntico riesgo y coeficientes de correlación cero, aumentar el n° de títulos no produce reducciones de riesgo importantes que incidan en el comportamiento general de la cartera. Se ha demostrado que el nivel de riesgo, en las anteriores condiciones converge al (B_{s_i}).

La asignación de ese n° de activos constituye una tarea importante en la gestión de carteras; su (DVF) puede contemplarse teniendo en cuenta los países, monedas, activos, política fiscal, monetaria, etc.



Ejemplo nº 3

Se tienen tres carteras (C_1 , C_2 y C_3) cada una formada por 24 títulos; los valores de cotización en euros al 30 de junio de 2003 en la Bolsa de Madrid son los que figuran en la Tabla. A efectos de una posible diversificación, hallar las medias, desviaciones típicas y covarianzas como medida de los riesgos respectivos.

	CARTERA Nº 1	CARTERA Nº 2	CARTERA Nº 3
	VALOR DE CADA TÍTULO	VALOR DE CADA TÍTULO	VALOR DE CADA TÍTULO
Título 1	2,0 Euros	8,00 Euros	2,2 Euros
" 2	2,8 "	7,50 "	7,6 "
" 3	2,6 "	4,50 "	2,9 "
" 4	2,2 "	13,50 "	4,6 "
" 5	2,8 "	9,50 "	4,1 "
" 6	1,8 "	8,75 "	3,9 "
" 7	2,6 "	22,50 "	7,4 "
" 8	2,2 "	7,25 "	3,2 "
" 9	3,1 "	6,25 "	5,1 "
" 10	2,7 "	10,75 "	5,3 "
" 11	3,1 "	9,00 "	20,1 "
" 12	1,9 "	14,00 "	2,3 "
" 13	4,0 "	16,75 "	5,5 "
" 14	3,4 "	1,00 "	32,7 "
" 15	2,6 "	10,50 "	9,1 "
" 16	4,3 "	2,75 "	1,7 "
" 17	1,7 "	1,75 "	3,2 "
" 18	4,0 "	2,25 "	5,8 "
" 19	1,6 "	4,75 "	16,3 "
" 20	3,8 "	11,50 "	15,9 "
" 21	1,5 "	11,50 "	5,9 "
" 22	1,6 "	3,00 "	6,7 "
" 23	0,6 "	0,50 "	3,4 "
" 24	5,1 "	13,50 "	40,5 "

CÁLCULOS: Se parte de la hipótesis de la distribución normal de los datos y la convergencia de riesgos.

Parámetros: \bar{X} y σ , (medida aritmética y desviación típica)

$$\bar{X} \text{ de la cartera } C_1 \rightarrow \bar{X}_1 = \frac{2 + 2,8 + 2,6 + \dots + 5,1}{24} = 2,67 \text{ euros}$$

$$\bar{X} \text{ de la cartera } C_2 \rightarrow \bar{X}_2 = \frac{8 + 7,5 + \dots + 13,50}{24} = 8,38 \text{ euros}$$

$$\bar{X} \text{ de la cartera } C_3 \rightarrow \bar{X}_3 = \frac{2,2 + 7,6 + \dots + 40,5}{24} = 8,97 \text{ euros}$$

Dispersión de las acciones de la cartera $C_1 \rightarrow$

$$\sigma_1 = \frac{(2 - 2,67)^2 + (2,8 - 2,67)^2 + \dots + (5,1 - 2,67)^2}{24} = 1,05$$

Dispersión de las acciones de la cartera $C_2 \rightarrow$

$$\sigma_2 = \frac{(8 - 8,38)^2 + (7,5 - 8,38)^2 + \dots + (13,5 - 8,38)^2}{24} = 5,42$$

Dispersión de las acciones de la cartera $C_3 \rightarrow$

$$\sigma_3 = \frac{(2,2 - 8,97)^2 + (7,6 - 8,97)^2 + \dots + (40,5 - 8,97)^2}{24} = 9,76$$

La posible o probable relación entre las acciones de estas tres carteras vendrá dado por el cálculo de las covarianzas.

Relación entre las acciones de la cartera C_1 y C_3

$$\text{Cov}(C_1, C_3) = \frac{(2 - 2,67)2,2 + (2,8 - 2,67)7,6 + \dots + (5,1 - 2,67)40,5}{24} = 5,12$$

La de las carteras C_1 y C_2 .

$$\text{Cov}(C_1, C_2) = \frac{(2 - 2,67)8 + (2,8 - 2,67)7,5 + \dots + (5,1 - 2,67)13,5}{24} = 1,11$$

Y así obtendríamos la $(\text{Cov } C_2, C_3 = 2,13)$

Y los coeficientes de correlación (r), serían:

$$r_{C_1, C_3} = r_{12} = \frac{1,11}{1,05 \cdot 5,42} = 0,195$$

$$r_{13} = \frac{5,12}{1,05 \cdot 9,76} = 0,500$$

$$r_{23} = \frac{2,13}{5,43 \cdot 9,76} = 0,041$$

que nos indican que la mayor relación la encontramos entre la C_1 y la C_3 estando las otras dos carteras escasamente relacionadas entre sí.

TEORÍA DE MARKOWITZ

El análisis de la σ^2 y cov de Markowitz es un método por el que se puede obtener la composición óptima de los valores de una cartera a través de la *diversificación eficiente* (DVFE). Muestra las implicaciones entre la rentabilidad esperada, que se puede anticipar, y una situación de riesgo, que trata de no ignorar las imperfecciones de los mercados; si se ignora, no existiría una cartera diversificable que fuera preferible a otra sin diversificar. Es debido esto, a que la regla de las rentabilidades esperadas o anticipadas supone que el rendimiento actual sería \approx que el rendimiento esperado. Por ello el inversor no expondría sus fondos en aquel activo con mayor valor descontado, y la presunción de no incluir el riesgo es inadecuada ya que las rentabilidades

de los valores están intercorrelacionadas y el proceso de diversificación que lleva a la selección no puede eliminar las varianzas.

Si el conjunto de rentabilidad R_1, R_2, \dots, R_n de una cartera (C_i) sigue una distribución de tipo normal o \approx normal, como la mayoría de estas variables, en caso contrario habría que contrastar la hipótesis de normalidad con tests estadísticos. Dado este supuesto, la selección de carteras se simplifica, por lo que pueden ser elaboradas en términos de medias y varianzas.

Los supuestos básicos financieros de la optimización de carteras empleados en esta teoría, que su autor tuvo en cuenta fueron:

- 1) Todos los inversores maximizan la utilidad esperada en un período y se caracterizan por una utilidad marginal decreciente de la riqueza.
- 2) Los riesgos estimados de cada inversor son proporcionales a las variables de la rentabilidad esperada.
- 3) Los inversores están dispuestos a basar sus decisiones solamente en función de la rentabilidad y riesgo esperados.
- 4) Para un determinado nivel de riesgo, los inversores prefieren una rentabilidad más elevada que una baja.
- 5) Los activos son productos de rendimientos medios que presentan niveles de *riesgo gestionables*, por lo que dos valores que produzcan un rendimiento medio idéntico e iguales niveles de riesgo, a todos los efectos serán considerados iguales, aunque uno de ellos sea una acción de una pequeña Cia y otra un bono del Tesoro.

La propiedad de los activos de mantener los (r) de sus rendimientos inferiores a 1, es la gran ventaja de la *diversificación*. Se entiende por tal, no sólo repartir las inversiones entre los distintos activos bien por prudencia o por incertidumbre de los mercados futuros, sino que es sobre todo reducir el riesgo de la cartera en su conjunto, para un cierto nivel de rendimiento más o menos concreto.

Markowitz un doctorando de la Universidad de Chicago hizo su tesis en 1952 analizando esta contribución de valores en una cartera que denominó el análisis *Portfolio Theory* inaugurando la moderna selección de inversiones y traspasando los muros académicos e invadir todas las teorías financieras de diversificación.

Markowitz, ya profesor, juntamente con Sharpe y Miller, discípulos suyos, recibieron el premio Nobel de Economía por su contribución en estos campos.

Si como hemos referido, el riesgo está en función de la varianza de la rentabilidad, el gestor de una cartera buscará el bajo riesgo y la rentabilidad más alta y para ello planteará el problema que tenderá a minimizar la varianza de la rentabilidad de la cartera, con las restricciones de los límites inferiores del beneficio esperado.

Aquí se aplica el principio fundamental de Markowitz, como la búsqueda de las % que deben combinarse los títulos de manera óptima, es decir la *diversificación eficiente*. Este principio se formaliza construyendo una cartera de n títulos buscando el óptimo de la programación que basa su formulación en las características más relevantes de los títulos: la rentabilidad y el riesgo.

BIBLIOGRAFÍA

- AB Asesores. Curso práctico de Bolsa. Madrid, 1998.
- Bolsa de Madrid, nº 69. Madrid, 1998.
- BORREL, M. Et al. Estadística financiera. Centro de Estudios Ramón Areces. Madrid, 1997.
- ACTA, nº 29. Madrid, 2003.
- HERNÁNDEZ, B. Bolsa y Estadística bursátil, Díaz de Santos. Madrid, 2000.
- MUNDO EL, 20 de agosto de 2003.
- PAIS EL, 19 de agosto de 2003.
- PEÑA, D. Fundamentos de Estadística. Alianza Editorial. Madrid, 2001.
- URQUIJO, J.L. Riesgos y Decisiones. Deusto, Bilbao, 1990.